Aufgabe 1)

a) P(A) = 1*1/6*1/6=1/36
b) P(B) = 1 – 1/36 = 35/36
c) P(C) = 6/216 = 1/36
d) P(D) = 1
e) P(E) = 1
f) P(F) = 1*1/6*5/6 = 5/36
g) P(G) = P$(A \cup F)$ = 1/36 + 5/36 = 1/6

Aufgabe 2)

a) P(a) = 1/8
b) 1. Paarung: 1/8
   2. Paarung: 1/6*7/8*6/7
   3. Paarung: 1/4*7/8*6/7*5/6*4/5
   4. Paarung: 1/2*7/8*6/7*5/6*4/5*3/4*2/3
   P(b) = 1/8+1/8+1/8+1/8= ½
c) P(c) = 0
d) P(d) = 5/8* 2/7 = 5/28

Aufgabe 3)

A = infiziertes Rind — B = Test positiv

$\overline{A}$ = nicht infiziertes Rind — $\overline{B}$ = Test negativ

P(A) = 0,001 — P(B|A) = 999/1000 = 0,999

P($\overline{A}$) = 0,999 — P(B|$\overline{A}$) = 0,01

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(B \mid A_i)P(A_i)}{\sum_j P(B \mid A_j)P(A_j)}$$

P(A|B) = (0,999*0,001) / (0,999*0,001+0,01*0,999) = 0,0909

Aufgabe 4)

A_1 = Hauptschulabschluss — B = arbeitslos

A_2 = Abitur — $\overline{B}$ = nicht arbeitslos

A_3 = Dipl.

P(A_1) = 0,4 — P(B| A_1) = 0,1

P(A_2) = 0,5 — P(B| A_2) = 0,05

P(A_3) = 0,1 — P(B| A_3) = 0,02

P(A_3|B) = (0,02*0,1) / (0,02*0,1+0,1*0,4+0,05*0,5) = 0,0299

Aufgabe 5)

X: „Anzahl ‚Zahl' i. d. S"

X~BV(4;1/2)

$$f_{BV}(x) = \binom{n}{x}\pi^x(1-\pi)^{n-x}$$

a) P(x = 2) = $f_{BV}(2) = \binom{4}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^{4-2}$ = 0,375

b) P(x = 3) = $f_{BV}(3) = \binom{4}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(1-\frac{1}{2}\right)^{4-3} = 0{,}25$

Aufgabe 6)

a)

X: „Anzahl der roten Kugeln i. d. S“ X~HV(4;7;2)

$$f_{HV}(x) = \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$$P(x=0) = f_{HV}(0) = \frac{\binom{2}{0}\binom{7-2}{4-0}}{\binom{7}{4}} = 0{,}1429 \qquad P(x=1) = f_{HV}(1) = \frac{\binom{2}{1}\binom{7-2}{4-1}}{\binom{7}{4}} = 0{,}5714$$

$$P(x=4) = f_{HV}(0) = 0$$

b)

$$P(x \le 1) = f_{HV}(0) + f_{HV}(1) = 0{,}1429 + 0{,}5714 = 0{,}7143$$

c)

X~BV(4;2/7)

$$P(x=0) = f_{BV}(0) = \binom{4}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(1-\frac{1}{2}\right)^{4-0} = 0{,}2603 \qquad P(x=1) = f_{BV}(1) = \binom{4}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(1-\frac{1}{2}\right)^{4-1} = 0{,}41649$$

$$P(x=4) = f_{BV}(4) = \binom{4}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(1-\frac{1}{2}\right)^{4-4} = 0{,}00666389$$

d)

$$P(x \le 1) = f_{HV}(0) + f_{HV}(1) = 0{,}2603 + 0{,}41649 = 0{,}6768$$

Aufgabe 7)

	L	$\overline{L}$	$\sum$
B	4500	250	4750
$\overline{B}$	200	50	250
$\sum$	4700	300	5000

a)
P(L) = 4700 / 5000 = 0,94
P(B) = 4750 / 5000 = 0,95
$P(L \cap \overline{B})$ = 200 / 5000 = 0,04

b)
X: Werkstücke mit richtiger Länge und Breite
X~HV(3;5000;4500)

$$P(x \geq 2) = \frac{\binom{4500}{2}\binom{5000-4500}{3-2}}{\binom{5000}{3}} + \frac{\binom{4500}{3}\binom{5000-4500}{3-3}}{\binom{5000}{3}} = 0{,}97204$$

Aufgabe 8)

X: „Anazahl der Aggregate i. d. S. die 1000h überdauern“
$P(x=2) = P(A_1, A_2, \overline{A_3}) + P(A_1, \overline{A_2}, A_3) + P(\overline{A_1}, A_2, A_3)$=4/7*3/5*1/4+4/7*2/5*3/4+3/7*3/5*3/4=9/20

Aufgabe 9)

$\overline{x} \sim> NV(11.1; 0{,}3 = \sigma / \sqrt{n})$

$$P(\overline{x} > 12) = P\left(z > \frac{12-11.1}{0{,}3}\right) = P(z > 3) = 0{,}5 - 0{,}5\phi(3) = 0{,}00135$$

Aufgabe 10)

$$\overline{x} \sim> NV\left(50; \frac{\sqrt{5{,}76}}{\sqrt{36}} = 0{,}4\right)$$

$$P(\overline{x} \geq 51) = P\left(z > \frac{51-50}{0{,}4}\right) = P(z > 2{,}5) = 0{,}5 - 0{,}5\phi(2{,}5) = 0{,}00621$$

Aufgabe 11)

a)
X~NV(1000;10)

$$P(x < 990) = P\left(z < \frac{990-1000}{10}\right) = P(z < -1) = 0{,}5 - 0{,}5\phi(1) = 0{,}158655$$

b)
$x \sim NV(1000; 10/\sqrt{100} = 1)$

$P(\overline{x} < 998) = P(z < 998 - 1000) = P(z < -2) = 0{,}5 - 0{,}5\phi(2) = 0{,}02275$

Aufgabe 12)

X: „Anzahl richtiger Antworten“

X~BV(48;0.25)

1) PV prüfen: n = 48 < 50 (nicht möglich)
2) NV 48*0.25(1 – 0.25) = 9 -> $n\pi(1-\pi)\geq 9$ (OK)

X~>NV(12;3 = $\sqrt{n\pi(1-\pi)}$)

$$P(x\geq 24)=P(\geq 23{,}5)=P\left(z\geq \frac{23{,}5-12}{3}\right)=P(z\geq 3{,}8333)=0{,}5-0{,}5\phi(3{,}8333)\approx 0{,}0000317$$

Wenn exakte Lösung gefragt, auch wenn Approximation möglich, trotzdem nicht zulässig

Aufgabe 13)

X: „Anzahl richtiger Antworten“

X~BV(20;0.2)

1) PV prüfen: n = 20 < 50 (nicht möglich)
2) NV 20*0.2(1 – 0.2) = 3,2 -> $n\pi(1-\pi)\geq 9$ (nicht möglich)

$$P(X\geq 10)=\sum_{k=10}^{20}\binom{20}{k}*0{,}2^k*0{,}8^{20-k}$$

Aufgabe 14)

X: „Anzahl der Fehlbuchungen in der Stichprobe“

X~HV(n;N;M)

Approximation zur BV n/N $\leq 0{,}05$

Da N „sehr groß“, nehmen wir an, dass die Vorraussetzung erfüllt ist.

$x \sim> BV(2000;0.001)$

Approximation zur PV: $n\geq 50,\ \pi<0{,}1$ $\quad n=2000\geq 50$ und π=0,001<0,1 (möglich)

$X \sim> PV(\lambda=n\pi=2000*0{,}001=2)$

$P(X=3)=F_{PV(2)}(3)-F_{PV(2)}(2)=0{,}857-0{,}677=0{,}18$

Aufgabe 15)

X: „Anzahl der Studenten in der Stichprobe, die ihr Studium selbst finanzieren“

X~HV(50;1000;300)

Approximation zur BV: n/N $\leq 0{,}05$ 50/1000=0,05 (möglich)

Approximation zur PV: $n\geq 50,\ \pi<0{,}1$ $\quad n=50\geq 50$ und π=0,3>0,1 (nicht möglich)

Approximation zur NV: $n\pi(1-\pi)\geq 9$ –> 50*0,3*0,7=10,5 (möglich)

BV würde man dann nehmen, wenn PV und NV nicht greifen!!!

X~NV$\left(\mu=n\pi=50*0{,}3=15;\sigma=\sqrt{n\pi(1-\pi)}=\sqrt{50*0{,}3*0{,}7}=3{,}24\right)$

$P(13\leq X\leq 20)=W(12{,}5\leq X\leq 20{,}5)$ Stetigkeitskorrektur

$$P\left(\frac{12{,}5-15}{3{,}24}\leq T\leq \frac{20{,}5-15}{3{,}24}\right)=P(-0{,}77\leq X\leq 1{,}7)=0{,}5*\phi(0{,}77)+0{,}5\phi(1{,}7)=0{,}74358$$

Aufgabe 16)

a) $\pi=0{,}1$ BV ->NV $\quad n*0.1(1-0.1)\geq 9\rightarrow n\geq 100$

b) BV -> PV $\quad n\geq 50$

Aufgabe 17)

a) X: „Anzahl der Frauen in der Stichprobe“

X~HV(10;10449;9759)

$$P(X=10)=\frac{\binom{9759}{10}\binom{10440-9759}{10-10}}{\binom{10440}{10}}=0{,}5049$$

b) X~BV$\left(10;\pi=\frac{9759}{10449}=0{,}934\right)$

$$P(X=10)=\binom{10}{10}*0{,}934^{10}*(1-0{,}934)^{10-10}=0{,}5052$$

Aufgabe 18)

X: „Anzahl der Kunden in der Stichprobe“

X~PV(1)

$$P(X=2)=F_{PV(1)}(2)-F_{PV(1)}(1)=0{,}919-0{,}736=0{,}183$$

Aufgabe 19)

a)

Normalverteilte ZV

- besitzt eine Dichte mit genau einem Wendepunkt (falsch)
- kann jede reelle Zahl mit positiver Wahrscheinlichkeit annehmen (falsch)
- besitzt eine Dichte, die für jede reelle Zahl positiv ist (richtig)
- besitzt eine stetige Verteilung (richtig)
- besitzt eine Dichte mit mindestens einem Wendepunkt (richtig)
- ist symmetrisch zur Achse $x = \mu$ (richtig)
- ist unimodal (richtig)

Effizienter Schätzer

- ist erwartungstreu (richtig)
- ist asymptotisch erwartungstreu (richtig)
- ist konsistent (richtig)
- für den Mittelwert μ der Grundgesamtheitsverteilung ist der Mittelwert $\overline{X}$ der Stichprobenverteilung (richtig)

b)

- der Mittelwert der Grundgesamtheit ist eine ZV (falsch)
- Stichprobenvariablen sind spezielle ZV (richtig)
- Die Verteilung der Stichprobe eines Merkmals ist NV, wenn die GG NV ist (falsch für n<30 - RE)
- Bei einer einfachen Stichprobe sind die Stichprobenvariablen identisch verteilt (richtig)
- Bei einer einfachen Stichprobe sind die Stichprobenvariablen unabhängig voneinander (richtig)
- Für NV GG sind die Stichprobenfunktionen bei reiner Zufallsauswahl auch NV (falsch)
- GG, Stichprobe und Stichprobenfunktion sind beim Vorliegen einer einfachen Stichprobe immer identisch verteilt (falsch)
- GG und Stichprobenfunktion sind immer identisch verteilt (falsch)
- Selbst wenn eine einfache Stichprobe vorliegt, kann die Stichprobe anders Verteilt sein, als das normalverteilte Merkmal der GG (richtig)
- Schätzfunktionen nach der Momentenmethode und solche nach dem Maximum-Likelihood-Prinzip liefern keine genauen Schätzwerte für die unbekannten Parameter der GG (falsch)
- Realisationen von ZV sind wieder ZV (falsch)
- Der Erwartungswert einer Stichprobenfunktion kann nur ermittelt werden, wenn man alle möglichen Werte kennt, die die Stichprobenfunktion annehmen kann (richtig)
- Identisch verteilte ZV haben gleiche Erwartungswerte und Varianzen (richtig)
- Nur für paarweise von einander unabhängige ZV lassen sich Wahrscheinlichkeitsverteilungen für Stichprobenfunktionen angeben (falsch – ML funktioniert auch für abhängige)
- Momentenmethode und Maximum-Likelihood-Prinzip führen stets zu identischen Schätzfunktionen (falsch)
- Schätzfunktionen sind Stichprobenfunktionen (richtig)
- Eine asymptotisch erwartungstreue Schätzfunktion kann gleichzeitig erwartungstreu sein (richtig)
- S_{n-1}^2 ist eine erwartungstreue Schätzfunktion und folglich ist auch S_{n-1} erwartungstreu (falsch)

Aufgabe 20)

a) $\hat{\mu} = \overline{x} = 1{,}54 l/Tag$

b) $\hat{\pi} = p = 0{,}08$

c) $\hat{\sigma}^2 = s^2 = 10 \qquad \hat{\sigma}^2 = s_{n-1}^2 = \frac{10*3}{3-1} = 15$

Aufgabe 21)

A = zufriedene Kunden

$P(A)=\pi \quad P(\overline{A})=1-\pi \quad n=5$ (einfache Stichprobe) $\qquad x_i : zufriedener\ Kunde\ beim\ i-ten\ Zug$

$LF(x_1;x_2;x_3;x_4;x_5;|\pi)=\pi*\pi*\pi*(1-\pi)(1-\pi)=\pi^3(1-2\pi+\pi^2)=\pi^3-2\pi^4+\pi^5$

$\frac{\partial LF}{\partial \pi}=3\pi^2-8\pi^3+5\pi^4 \rightarrow \max$

$3\pi^2-8\pi^3+5\pi^4=0 \quad | : \pi^2$

$f\ddot{u}r\ \pi=0 \rightarrow \pi_1=0$

$\Rightarrow 3-8\pi+5\pi^2=0 \Rightarrow \pi^2-\frac{8}{5}\pi+\frac{3}{5}=0$

$\Rightarrow \pi_{2,3}=\frac{4}{5}\pm\sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2-\frac{3}{5}} \Rightarrow \frac{4}{5}\pm\sqrt{\frac{1}{25}} \Rightarrow \frac{4}{5}\pm\frac{1}{5} \Rightarrow \pi_2=1;\ \pi_3=\frac{3}{5};\ \pi_1=0$

$\frac{\partial LF'}{\partial \pi}=6\pi-24\pi^2+20\pi^3$

$f\ddot{u}r\ \pi_1=0 \Rightarrow 6*0-24*0+20*0=0 \Rightarrow WP$

$f\ddot{u}r\ \pi_2=1 \Rightarrow 6*1-24*1^2+20*1^3>0 \Rightarrow Min \qquad \pi_{ML}=\frac{3}{5}$

$f\ddot{u}r\ \pi_3=\frac{3}{5} \Rightarrow 6*\frac{3}{5}-24*\left(\frac{3}{5}\right)^2+20*\left(\frac{3}{5}\right)^3<0 \Rightarrow Max$

Lösung über BV

X: „Anzahl zufriedener Kunden in der Stichprobe“

$X \sim BV(n;\pi)$

$LF=f(3)=\binom{5}{3}*\pi^3*(1-\pi)^2=\binom{5}{3}*\pi^3*(1-2\pi+\pi^2)\rightarrow \max$

$\ln LF=\ln\binom{5}{3}+3\ln\pi+2\ln(1-\pi)$

$\frac{\partial \ln LF}{\partial \pi}=0+3*\frac{1}{\pi}+2\frac{1}{1-\pi}*(-1)=\frac{3}{\pi}-\frac{2}{1-\pi}\overset{!}{=}0$

$\frac{3}{\pi}=\frac{2}{1-\pi}$

$3=\frac{2\pi}{1-\pi}$

$3(1-\pi)=2\pi$

$3-3\pi=2\pi$

$3=5\pi$

$\pi=\frac{3}{5} \rightarrow \pi_{ML}=\frac{3}{5}$

Aufgabe 22
X: „Körpergröße eines zufällig ausgewählten erwachsenen Mannes“

a)

$\overline{x}=175$, s = 12, n=100 (einfache Stichprobe)

$$\overline{X} \sim> NV\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \text{ ZGWS n = 100 } \geq 30$$

$$\mu\in\left[\overline{X}-t_\alpha\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}},\overline{X}+t_\alpha\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}},\right]=\left[175-1,96\frac{12}{\sqrt{100}};175+1,96\frac{12}{\sqrt{100}}\right]=[172.648;177.352]$$

b)

$$n=\frac{t_\alpha^2*\hat{\sigma}^2}{e^2}=\frac{1,96^2*12^2}{1^2}=553,1904 \Rightarrow \text{ n = 554}$$

Aufgabe 23
X: „Laufleistung eines zufällig ausgewählten LKW“

Einfache Stichprobe n = 49

a)

$\overline{x}=50$, s=7

$$\overline{X} \sim> NV\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \text{ ZGWS n} \geq 30$$

$$\mu\in\left[\overline{X}-t_\alpha\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}};\overline{X}+t_\alpha\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}\right]=\left[50-1,96\frac{7}{\sqrt{49}};50+1,96\frac{7}{\sqrt{49}}\right]=[48.04;51.96]$$

b)

$$n=\frac{t_\alpha^2*\hat{\sigma}^2}{e^2}=\frac{1,96^2*7^2}{1^2}=188,24 \Rightarrow \text{ n = 189}$$

Aufgabe 24
X: „Gewicht eines zufällig ausgewählten Ei’s“

$\overline{x}=65,7 \qquad s=2,5 \qquad \alpha=0,05$

a)

$$X \sim NV\left(\mu;\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Punktschätzung :

$$\hat{\mu}_B=\overline{x}_B=\frac{69,9+67,4+70,6+64,5}{4}=68,1$$

Intervallschätzung :

$$\mu\in\left[\overline{X}-t_\alpha\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}};\overline{X}+t_\alpha\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}\right] \text{ mit } t_\alpha \text{ aus SV und } \hat{\sigma}=S_{n-1}$$

$$S_{n-1}^2=\frac{\sum\left(x_i-\overline{x}\right)^2}{n-1}=\frac{(69,9-68,1)^2+(67,4-68,1)^2+(70,6-68,1)^2+(64,5-68,1)^2}{4-1}=7,6467$$

$$S_{n-1}=\sqrt{7,6467}=2,7653 \qquad t_\alpha=3,18 \text{ aus SV mit } 4-1\text{=3 Freiheitsgraden}$$

$$\mu_B\in\left[\overline{X}-t_\alpha\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}};\overline{X}+t_\alpha\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}\right]=\left[68,1-3,18*\frac{2,7653}{\sqrt{4}};68,1+3,18*\frac{2,7653}{\sqrt{4}}\right]=[63.7032;72.4968]$$

b)

$$Punktschätzung:$$

$$\mu_S = \overline{x_S} = 65{,}7$$

$$Intervallschätzung:$$

$$\mu_S \in \left[\bar{x} - t_\alpha \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + t_\alpha \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right] \quad \text{s=2,5} \ \rightarrow \ s^2 = 2{,}5^2 = 6{,}25$$

$$S_{n-1}^2 = \frac{s^2 n}{n-1} = \frac{6{,}25*6}{5} = 7{,}5 \quad S_{n-1} = \sqrt{7{,}5} = 2{,}74$$

$$\mu_S = \left[65{,}7 - 2{,}57 * \frac{2{,}74}{\sqrt{6}} ; 65{,}7 + 2{,}57 * \frac{2{,}74}{\sqrt{6}} \right] = [62.8252; 68.5748]$$

c)

$$n = 10 \qquad \alpha = 0{,}05$$

$$\mu \in \left[\bar{x} - t_\alpha \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + t_\alpha \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right] \quad \text{mit } t_\alpha = 2{,}26 \text{ aus SV}(9)$$

$$\widehat{\mu_{SB}} = \bar{x} = \frac{68{,}1*4 + 65{,}7*6}{10} = 66{,}66$$

$$S_{n-1}^2 = \frac{S_{n-1}^2 * (n-1) + S_{n-1}^2 * (n-1)}{n-1} = \frac{S^2 * n + S^2 * n}{n-1} = \frac{7{,}6467*3 + 7{,}5*5}{10-1} = 6{,}7156$$

$$S_{n-1} = \sqrt{6{,}7156} = 2{,}5914$$

$$\mu \in \left[66{,}66 \pm 2{,}26 * \frac{2{,}5914}{\sqrt{10}} \right] = [64.8080; 68.5120]$$

Aufgabe 25)

n = 900 $\qquad \alpha = 0{,}1 \qquad$ p = 0,513

$$n\pi(1-\pi) = 900*0{,}513*(1-0{,}513) = 224{,}8 \geq 9$$

$$\pi \in \left[P \pm z_\alpha * \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right] = \left[0{,}513 \pm 1{,}645 * \sqrt{\frac{0{,}513(1-0{,}513)}{900}} \right] = [0.4856; 0.5404]$$

b)

$$n = \frac{t_\alpha^2 * \pi(1-\pi)}{e^2} = \frac{1{,}645^2 * 0{,}5(1-0{,}5)}{0{,}0112^2} = 5394{,}0664 \quad n = 5394$$

Aufgabe 26)

n = 196 $\qquad 1-\alpha = 0{,}9545 \qquad$ p = 49/196 = 0,25

$$np(1-p) = 196*0{,}25*(1-0{,}25) = 36{,}75 \geq 9$$

$$\pi \in \left[P \pm t_\alpha * \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right] = \left[0{,}25 \pm 2 * \sqrt{\frac{0{,}25(0{,}75)}{196}} \right] = [0.1881; 0.3119]$$

b) p = 0,5 (worst-case-Annahme: z. B. bei Aussagen wie „in jedem Fall“, „mit Sicherheit“…)

$$n = \frac{t_\alpha^2 * \pi(1-\pi)}{e^2} = \frac{2^2 * 0{,}5(0{,}5)}{0{,}01^2} = 10000$$

Aufgabe 27)

n = 200 $\qquad 1-\alpha = 0{,}9 \qquad$ p = 80/200 = 0,4

P: Anzahl der mangelhaften Stücke in der Stichprobe

$$np(1-p) = 200*0{,}4*0{,}6 = 24 \geq 9$$

$$\pi \in \left[P \pm t_\alpha * \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right] = \left[0{,}4 \pm 1{,}645 * \sqrt{\frac{0{,}4*0{,}6}{200}}\right] = [0.3430; 0.4570]$$

Aufgabe 28)

n = 150 $\qquad 1-\alpha = 0{,}4 \qquad$ p = 30/150 = 0,2

P: „Anteil Fliesen 2. Wahl in der Stichprobe“

$$np(1-p) = 150*0{,}2*0{,}8 = 48 \geq 9$$

$$\pi \in \left[P \pm t_\alpha * \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}\right] = \left[0{,}2 \pm 1{,}645 * \sqrt{\frac{0{,}2*0{,}8}{150}}\right] = [0.1463; 0.2537]$$

Aufgabe 29)

$\sigma^2 = 150,\ e = 3,\ n = 54,\ \alpha = ?$

$$n = \frac{t_\alpha^2 * \sigma^2}{e^2} \rightarrow ne^2 = t_\alpha^2 * \sigma^2 \rightarrow \frac{ne^2}{\sigma^2} = t_\alpha^2 \rightarrow \frac{\sqrt{ne}}{\sigma} = t_\alpha \Rightarrow \frac{\sqrt{54} * 3}{\sqrt{150}} = t_\alpha = 1{,}8$$

$$t_\alpha = 1{,}8 \rightarrow 1 - \alpha = 0{,}92814 \rightarrow \alpha = 0{,}07186$$

Aufgabe 30)

$Intervall:\ [0.013; 0.187]$

$$e = (0.187 - 0.013)/2 = 0.087,\ \hat{\pi} = 0.013 + 0.087 = 0.1 \text{ und } n = 100$$

$$n = \frac{t_\alpha^2 * \pi(1-\pi)}{e^2} \rightarrow ne^2 = t_\alpha^2 * \pi(1-\pi) \rightarrow \frac{ne^2}{\pi(1-\pi)} = t_\alpha^2 \rightarrow \frac{\sqrt{ne}}{\sqrt{\pi(1-\pi)}} = t_\alpha \Rightarrow \frac{\sqrt{100} * 0{,}087}{\sqrt{0{,}1 * 0{,}9}} = 2{,}9$$

$$\Rightarrow 1 - \alpha = 0{,}99627,\ \alpha = 0{,}00373\%$$

Aufgabe 31)

a)

$Intervall:\ [0{,}7216; 0{,}8784]$

$\hat{\pi} = p = 0.8$

b)

1. Möglichkeit

$e = 0.0784,\ n = 100$

$$\frac{\sqrt{ne}}{\sqrt{\pi(1-\pi)}} = t_\alpha \Rightarrow \frac{\sqrt{100} * 0{,}0784}{\sqrt{0{,}2 * 0{,}8}} = 1{,}96$$

$$\Rightarrow 1 - \alpha = 0.95 \ \rightarrow \ \alpha = 5\%$$

2. Möglichkeit

$$2e = \left(P + t_\alpha * \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} - \left(P - t_\alpha * \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right) \right) = 2t_\alpha \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$$

$$e = t_\alpha \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \rightarrow 0{,}0784 = t_\alpha \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \rightarrow 0{,}0784 = t_\alpha * 0{,}04 \rightarrow t_\alpha = 1{,}96 \rightarrow \alpha = 5\%$$

Aufgabe 32)

x_1 : „Gewicht von Kilorollen Kupferdraht in der ersten Partie in der Stichprobe“

x_2 : „Gewicht von Kilorollen Kupferdraht in der zweiten Partie in der Stichprobe“

$\alpha = 0{,}0455 \quad 1 - \alpha = 0{,}9545$

$n_1 = 64 \quad \overline{x_1} = 1000 \quad s_1 = 3$

$n_2 = 64 \quad \overline{x_2} = 998 \quad s_2 = 4$

$$\Delta\bar{x} \sim> NV\left((\mu_1 - \mu_2); \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right) \text{ da ZGWS } n_1 = n_2 \geq 30$$

$$(\mu_1 - \mu_2) \in \left[(\overline{x_1} - \overline{x_2}) \pm t_\alpha * \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2}} \right] = \left[(1000 - 998) \pm 2 * \sqrt{\frac{3^2}{64} + \frac{4^2}{64}} \right] = [0.75; 3.25]$$

b) Studentverteilung

Aufgabe 33)

P_D : „Anzahl der gekauften Neuwagen in der Stichprobe aus Land D der durch Leasing oder Kredit finanziert werden“

P_F : „Anzahl der gekauften Neuwagen in der Stichprobe aus Land F der durch Leasing oder Kredit finanziert werden“

$\alpha = 0,05 \quad 1-\alpha = 0,95$

$n_D = 400 \quad P_D = \frac{360}{400} = 0,9 \qquad$ Vor: $n_1 * \pi_1 * (1-\pi_1) = 36 \geq 9$

$n_F = 500 \quad P_F = \frac{385}{500} = 0,77 \qquad$ Vor: $n_2 * \pi_2 * (1-\pi_2) = 88,55 \geq 9$

$$\Delta P \sim> NV\left((\pi_D - \pi_F); \sqrt{\frac{p_D * (1-p_D)}{n_D} + \frac{p_F * (1-p_F)}{n_F}} \right)$$

$$(\pi_D - \pi_F) \in \left[(0,9-0,77) \pm 1,96 * \sqrt{\frac{0,9*0,1}{400} + \frac{0,77*0,23}{500}} \right] = [0,0828; 0,1772]$$

Aufgabe 34)

P_J : „Anzahl der Personen, der im Juli am Verkehrsunfall beteiligt waren in der Stichprobe“

P_D : „Anzahl der Personen, der im Juli am Verkehrsunfall beteiligt waren in der Stichprobe“

$n_J = 800 \quad n_D = 800 \quad \alpha = 0,05 \quad 1-\alpha = 0,95$

$P_J = \frac{96}{800} = 0,12 \qquad P_D = \frac{64}{800} = 0,08$

Vor: $n_J * \pi_J * (1-\pi_J) = 84,48 \geq 9 \qquad n_D * \pi_D * (1-\pi_D) = 58,88 \geq 9$

$$(P_J - P_D) \sim> NV\left((\pi_J - \pi_D); \sqrt{\frac{p_J * (1-p_J)}{n_J} + \frac{p_D * (1-p_D)}{n_D}} \right)$$

$$(\pi_J - \pi_D) \in \left[(0,12-0,08) \pm 1,645 * \sqrt{\frac{0,12*0,88}{800} + \frac{0,08*0,92}{800}} \right] = [0,0154; 0,0646]$$

Aufgabe 35)

$(\mu_1 - \mu_2) \in [2;5] \rightarrow (\overline{x_1} - \overline{x_2}) = 3,5 \qquad n_1 = 50 \quad n_2 = 50 \quad 1-\alpha = 0,95$

$$(\mu_1 - \mu_2) \in \left[(\overline{x_1} - \overline{x_2}) \pm t_\alpha * \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}_1^2}{n_1} + \frac{\tilde{\sigma}_2^2}{n_2}} \right]$$

$$2e = \left[\left((\overline{x_1} - \overline{x_2}) + t_\alpha * \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2}} \right) - \left((\overline{x_1} - \overline{x_2}) - t_\alpha * \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2}} \right) \right]$$

$$3 = 2t_\alpha \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{50} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{50}} \Leftrightarrow 3 = 2*1,96\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{50} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{50}} \Leftrightarrow 1,5 = 1,96\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{50} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{50}}$$

$$\rightarrow \left[\frac{1,5}{1,96} \right]^2 = \frac{\hat{\sigma}_1^2}{50} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{50} \Leftrightarrow \left[\frac{1,5}{1,96} \right]^2 * 50 = \hat{\sigma}_1^2 + \hat{\sigma}_2^2 = 29,284$$

$\hat{\sigma}_1^2 = \hat{\sigma}_2^2 = 14,6424$ (Varianzhomogenität)

Aufgabe 36)

x: „Lebensdauer einer zufällig ausgewählten Glühbirne in der Stichprobe“

$X \sim NV \quad \mu$ unbekannt $\quad 1-\alpha=0,95 \quad n=10 \quad s_{n-1}^2=196$

$$\sigma^2 \in \left[\frac{(n-1)s_{n-1}^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}};\frac{(n-1)s_{n-1}^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}}\right]=\underbrace{\left[\frac{9*196}{\chi^2(0,975;9)};\frac{9*196}{\chi^2(0,025;9)}\right]}_{Wahrscheinlichkeit\ Freiheitsgrade}=\left[\frac{9*196}{19};\frac{9*196}{2,7}\right]=[92,8421;653,3333]$$

Aufgabe 37)

Vor: normalverteilte Grundgesamtheit, einfache Stichprobe (Z. m. Z.)

$1-\alpha=0,95 \quad \alpha=0,05 \quad n=101 \quad s_{n-1}=400$

$$\sigma^2 \in \left[\frac{(n-1)s_{n-1}^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}};\frac{(n-1)s_{n-1}^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}}\right]=\left[\frac{100*400^2}{\chi^2_{(0,975;100)}};\frac{100*400^2}{\chi^2_{(0,025;100)}}\right]$$

$$=\left[\frac{100*400^2}{129,6};\frac{100*400^2}{74,22}\right]=[123456,7901;215575,3166]$$

b) Es ist die χ^2 Verteilung mit 101 Freiheitsgeraden zu wählen, da μ nicht geschätzt werden muss.

Nullhypothese: Annahme in der Grundgesamtheit
Alternativhypothese: zu Überprüfende Stichprobe

Aufgabe 38)

a)

1) $H_0 : \mu = 0,7 \quad H_1 : \mu \neq 0,7$ (zweiseitiger Test)

2) Prüfgröße und deren Verteilung

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim NV(0;1)$$

3) Realisation der Prüfgröße

$$z_r = \frac{0,6965 - 0,7}{\frac{0,02}{\sqrt{100}}} = -1,75$$

4) kritische Grenzen

$$z_{k_1} = -z_\alpha = -1,96 \quad z_{k_2} = z_\alpha = 1,96$$

5) Testentscheidung

$$z_r = -1,75 \in [-1,96;1,96] \rightarrow H_0 \ beibehalten$$

b)

1) $H_0 : \mu \geq 0,7 \quad H_1 : \mu < 0,7$ (linsseitiger Test)

2) Prüfgröße und deren Verteilung

$$z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim NV(0;1)$$

3) Realisation der Prüfgröße

$$z_r = \frac{0,6965 - 0,7}{\frac{0,02}{\sqrt{100}}} = -1,75$$

4) kritische Grenzen

$$z_k = -z_{2\alpha} = -1,645$$

5) Testentscheidung

$$z_r = -1,75 < z_k = -1,645 \rightarrow H_0 \ verwerfen$$

Aufgabe 39)

1) $H_0 : \mu \geq 9 \quad H_1 : \mu < 9 \quad n = 26$ (linksseitiger Test)

2) Prüfgröße und deren Verteilung

$$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}} \sim SV(25)$$

3) Realisation der Prüfgröße

$$t_r = \frac{8,9 - 9}{\frac{\sqrt{16,64}}{\sqrt{26}}} = -0,125 \quad NR: \hat{\sigma}^2 = S_{n-1}^2 = \frac{16*26}{25} = 16,64 \rightarrow S_{n-1} = \sqrt{16,64}$$

4) kritische Grenzen

$$t_k = -t_{2\alpha} = -1,71$$

5) Testentscheidung

$$t_r = -0,125 > t_k = -1,71 \rightarrow H_0 \ beibehalten$$

Aufgabe 40)

a)

1) $H_0 : \mu = 2,6 \quad H_1 : \mu \neq 2,6$ (zweiseitiger Test)

2) Prüfgröße und deren Verteilung

$$\overline{X} \sim > NV\left(\mu, \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}\right)$$

3) Realisation der Prüfgröße

$$\overline{x_r} = 2,4$$

4) kritische Grenzen

$$\overline{x_k} = \mu_0 \pm z_\alpha \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = 2,6 \pm 1,96 \frac{1}{\sqrt{100}} = [2,404;2,796]$$

5) Testentscheidung

$$\overline{x_r} = 2,4 \notin [2,404;2,796] \rightarrow H_0 \ verwerfen$$

b)

$$P\left(H_0 \text{ beibehalten} / H_0 \text{ falsch}\right)$$

$$P\left(2{,}404 \le \overline{X} \le 2{,}796 \mid \mu=2.5, \sigma=0.4\right)$$

$$= P\left(\frac{2{,}404-2{,}5}{\frac{0{,}4}{\sqrt{100}}} \le Z \le \frac{2{,}796-2{,}5}{\frac{0{,}4}{\sqrt{100}}}\right) = P\left(-2{,}4 \le Z \le 7{,}4\right)$$

$$= 0{,}5 * \phi(2{,}4) + 0{,}5 * \phi(7{,}4) = 0{,}5 * 0{,}98360 + 0{,}5 * 1 = 0{,}9918 = \beta$$

Aufgabe 41)

a)

$$n = 9 \quad \sigma^2 = 36 \quad [496;504] \; \text{Nicht} - \text{Ablehnungsbereich}$$

$$n = \frac{z_\alpha^2 * \sigma^2}{e^2} \rightarrow ne^2 = z_\alpha^2 * \sigma^2 \rightarrow \sqrt{n}e = z_\alpha * \sigma \rightarrow z_\alpha = \frac{\sqrt{n}e}{\sigma} = \frac{\sqrt{9} * 4}{\sqrt{36}} = 2$$

$$\Rightarrow \phi(2) = 0{,}9545 \rightarrow \alpha = 1 - 0{,}9545 = 0{,}0455$$

b)

$$P\left(H_0 \text{ beibehalten} / H_0 \text{ falsch}\right)$$

$$P\left(496 \le \overline{X} \le 504\right) \; \mu=495$$

$$P\left(\frac{496-495}{\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{9}}} \le Z \le \frac{504-495}{\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{9}}}\right) = P\left(0{,}5 \le Z \le 4{,}5\right)$$

$$= 0{,}5 * \phi(4{,}5) - 0{,}5 * \phi(0{,}5) = 0{,}5 * 0{,}9999932 - 0{,}5 * 0{,}38292 = 0{,}3085 = \beta$$

Aufgabe 42)

Vor: $n * p_0 * (1-p_0) = 225 * 0{,}05 * 0{,}95 = 10{,}6875 > 9$

1) $H_0: \ \pi \le 0{,}05 \qquad H_1: \ \pi > 0{,}05$

2) $Z = \dfrac{P-\pi_0}{\sqrt{\dfrac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}} \sim> NV(0,1)$ 3) $z_r = \dfrac{0{,}07-0{,}05}{\sqrt{\dfrac{0{,}05*0{,}95}{225}}} = 1{,}3765$

4) $z_k = z_{2\alpha} = 1{,}645$ 5) $z_r = 1{,}3765 < 1{,}645 = z_k \rightarrow H_0 \ beibehalten$

Aufgabe 43)

$$p_k = \pi_0 - t_{2\alpha}\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}} = 0{,}4 - 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}4*0{,}6}{100}} = 0{,}3194$$

$P(H_0 \ beibehalten / H_0 \ falsch)$

$$P(P \ge 0{,}3194 \mid \pi = 0{,}35) = P\left(Z \ge \frac{0{,}3194-0{,}35}{\sqrt{\frac{0{,}35*0{,}65}{100}}}\right)$$

$$= P(Z \ge -0{,}6416) = 0{,}5 + 0{,}5\phi(0{,}6) = 0{,}5 + 0{,}5*0{,}45149 = 0{,}725745 = \beta$$

Aufgabe 44)

$\overline{x_R}$ = "Durchschnittliche Dauer der Radiospots in der Stichprobe"

$\overline{x_P}$ = "Durchschnittliche Dauer der Fernsehspots in der Stichprobe"

1) $H_0: \mu_F - \mu_R \le 0 \qquad H_1: \mu_F - \mu_R > 0$

2) $\left(\overline{x_F} - \overline{x_R}\right) \sim NV\left(\mu_F - \mu_R; \sqrt{\dfrac{\hat{\sigma}_F^2}{n_F} + \dfrac{\hat{\sigma}_R^2}{n_R}}\right)$

3) $\left(\overline{x_F} - \overline{x_R}\right)_r = 14{,}5 - 13{,}5 = 1$

4) $\left(\overline{x_F} - \overline{x_R}\right)_k = (\mu_F - \mu_R)_0 + t_{2\alpha}\sqrt{\dfrac{\hat{\sigma}_F^2}{n_F} + \dfrac{\hat{\sigma}_R^2}{n_R}} = 0 + 2{,}576 * \sqrt{\dfrac{4^2}{100} + \dfrac{3^2}{100}} = 1{,}288$

5) $\left(\overline{x_F} - \overline{x_R}\right)_r = 1 < 1{,}288 * \left(\overline{x_F} - \overline{x_R}\right)_k \rightarrow H_0 \ beibehalten$

b)

$W(H_0 \ beibehalten / H_0 \ falsch)$

$$P\left(\left(\overline{x_F} - \overline{x_R}\right) \le 1{,}288 \mid \mu_F = 14{,}338; \mu_R = 13{,}2; \sigma_F^2 = 16; \sigma_R^2 = 9\right)$$

$$P\left(T \le \frac{1{,}288 - 1{,}138}{\sqrt{\frac{16}{100} + \frac{9}{100}}}\right) = P(T \le 0{,}3) = 0{,}5 + 0{,}5\phi(0{,}3) = 0{,}61791 = \beta$$

Aufgabe 45)

P1: „Anteil der Haushalte mit einem Einkommen von mehr als 60.000€ in Vorort A in der Stichprobe"
P2: „Anteil der Haushalte mit einem Einkommen von mehr als 60.000€ in Vorort B in der Stichprobe"

$P_1 = \frac{39}{400} = 0{,}0975 \quad P_2 = \frac{45}{300} = 0{,}15$

Vor: 400*0,0975*0,9025=35,1975>9 300*0,15*0,85=38,25>9

1) $H_0: \ \pi_1 - \pi_2 = 0 \quad H_1: \ \pi_1 - \pi_2 \neq 0$

2) $Z = \frac{(P_1 - P_2) - (\pi_1 - \pi_2)_0}{\sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}}$ ~> $NV(0,1)$ 3) $z_\alpha = \frac{(0{,}0975 - 0{,}15) - 0}{\sqrt{\frac{0{,}0975 * 0{,}9075}{400} + \frac{0{,}15 * 0{,}85}{300}}} = -2{,}0669$

4) $z_{k_{1/2}} = \pm z_\alpha = \pm 1{,}96$ 5) $z_r = -2{,}0669 \notin [-1{,}96; 1{,}96] = H_0 \ verwerfen$

Aufgabe 46)

1. $H_0:\ \sigma^2=16 \quad H_1:\ \sigma^2\neq 16$ 2. $\chi^2_\sigma=\frac{(n-1)S^2_{n-1}}{\sigma_0^2}\sim\chi^2V(n-1=9)$

3. $\chi^2_r=\frac{(10-1)*17,25}{16}=9,7031$ 4. $\chi^2_{k_1}=\chi^2_{\frac{\alpha}{2};9}=2,7 \quad \chi^2_{k_2}=\chi_{1-\frac{\alpha}{2};9}=19$

5. $\chi^2_r=9,7031\in[2,7;19]\Rightarrow H_0$ *wird beibehalten*

Aufgabe 47)

1. $H_0:\ \sigma^2\geq 2,25 \quad H_1:\ \sigma^2<2,25$ 2. $\chi^2_\sigma=\frac{nS^2}{\sigma_0^2}\sim\chi^2V(n-1=9)$

3. $\chi^2_r=\frac{10*0,81}{2,25}=3,6$ 4. $\chi^2_k=\chi^2_{\alpha=0,1;9}=4,17$

5. $\chi^2_r=3,6<4,17=\chi^2_k\Rightarrow H_0$ *wird verworfen*

Aufgabe 48)

x_1: „Erreichte Punkte der Teilnehmer der 1. Tutoriums in der Stichprobe“

x_2: „Erreichte Punkte der Teilnehmer der 2. Tutoriums in der Stichprobe“

1. $H_0:\ \sigma_1^2=\sigma_2^2 \quad H_1:\ \sigma_1^2\neq\sigma_2^2$ 2. $F=\frac{S^2_{n_1-1}}{S^2_{n_2-1}}\sim FV(\upsilon_1=7;\upsilon_2=10)$

3. $f_r=\frac{6^2*\frac{8}{8-1}}{8^2*\frac{11}{11-1}}=0,5844$ 4. $f_{k_1}=F_{(0,05;7;10)}=\frac{1}{F_{(0,95;10;7)}}=\frac{1}{3,6}=0,2778 \quad f_{k_2}=F_{(0,95;7;10)}=3,1$

5. $f_r=0,5844\in[0,2778;3,1]\Rightarrow H_0$ *wird beibehalten*

Aufgabe 49)

a)

x_1: „Flankendurchmesser einer zufällig ausgewählten gewalzten Schraube“

x_2: „Flankendurchmesser einer zufällig ausgewählten gefrästen Schraube“

1. $H_0:\ \sigma_1^2\leq\sigma_2^2 \quad H_1:\ \sigma_1^2>\sigma_2^2$ 2. $F=\frac{S^2_{n_1-1}}{S^2_{n_2-1}}\sim FV(\upsilon_1=n_1-1;\upsilon_2=n_2-1)$

3. $f_r=\frac{0,001382}{0,000433}=3,1917$ 4. $f_k=F_{(0,95;10;9)}=3,1$

5. $f_r=3,1917>f_k=3,1\Rightarrow H_0$ *wird verworfen*

b) zwei Voraussetzungen:
- zwei unabhängige einfache Stichproben (je eine aus jeder Grundgesamtheit)
- X-NV in beiden Grundgesamtheiten

Aufgabe 50)

1. H_0: Reisewunsch und Geschlecht sind unabhängig
   H_1: Reisewunsch und Geschlecht sind abhängig

2. $\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{l}\frac{(B_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}\sim\chi^2V(\upsilon=(k-1)(l-1))$

Reisewunsch	Jungen	Mädchen	$\sum$
Vorhanden	19,2	12,8	32
$\neg$ Vorhanden	40,8	27,2	68
$\sum$	60	40	100

3. $\chi_r^2 = \frac{(15-19,2)^2}{19,2} + \frac{(17-12,8)^2}{12,8} + \frac{(45-40,8)^2}{40,8} + \frac{(23-27,2)^2}{27,2} = 3,3778$

4. $\chi_k^2 = \chi_{(0,95;1)}^2 = 3,84$

5. $\chi_r^2 = 3,3778 < \chi_k^2 = 3,84 \Rightarrow H_0$ *wird beibehalten* (rechtsseitiger Test)

Bedingung: $E_{ij} \geq 5$ (sonst Gruppieren)

Aufgabe 51)

a)

Qualität \ Standort B_{ij}	I	II	III	$\sum$
irreparabel	10	5	12	27
Nachbesserung	20	30	8	58
funktionsfähig	70	65	80	215
$\sum$	100	100	100	300

Qualität \ Standort E_{ij}	I	II	III	$\sum$
irreparabel	9	9	9	27
Nachbesserung	$19,\bar{3}$	$19,\bar{3}$	$19,\bar{3}$	58
funktionsfähig	$71,\bar{6}$	$71,\bar{6}$	$71,\bar{6}$	215
$\sum$	100	100	100	300

1. H_0: Qualität und Produktionsstandort sind unabhängig (Antwort D)

2. $\chi^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{l}\frac{\left(B_{ij}-E_{ij}\right)^2}{E_{ij}} \sim \chi^2 V\left(\upsilon = 4\right)$ (Antwort D)

3. $\chi_r^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{l}\frac{\left(B_{ij}-E_{ij}\right)^2}{E_{ij}} = 17,06852$ (Antwort C)

Anmerkung Klammerung:
- Runde Klammer ~> ohne Grenze
- Eckige Klammer ~> mit Grenze

4. $df = 4$ (Antwort E)

$\chi_k^2 = \chi_{1-\alpha;\upsilon}^2 = \chi_{0,95;4}^2 = 9,49$ (Antwort C)

5. $\chi_r^2 > \chi_k^2 \quad \rightarrow \quad H_0$ verwerfen (Antwort B)

b)

Anpassungstest: Überprüfung, ob die die unbekannte Verteilung der Grundgesamtheitsverteilung genügt

1. $H_0:\ F(x) = GV(x) \qquad H_1:\ F(x) \neq GV(x)$`

2. $\chi^2 = \sum_{i=1}^{n}\frac{\left(B_i - E_i\right)^2}{E_i} \sim \chi^2 V\left(\upsilon = k-m-1\right)$

3. $\chi_r^2 = \sum_{i=1}^{n}\frac{\left(B_i - E_i\right)^2}{E_i} = 2,\bar{8}$

	I	II	III	$\sum$
B_i (defekt)	10	5	12	27
E_i (defekt)	9	9	9	27

Bedingung: $E_{ij} \geq 5$

4. $\chi_k^2 = \chi_{0,95;2}^2 = 5,99$

Definition: m sind die zu schätzende Parameter

5. $\chi_r^2 < \chi_k^2 \quad \rightarrow \quad H_0$ beibehalten

Aufgabe 52)

1. $H_0:\ F(x) = NV(\mu;\sigma) \qquad H_1:\ F(x) \neq NV(\mu;\sigma)$

2. $\chi^2 = \sum_{i=1}^{n}\frac{\left(B_i - E_i\right)^2}{E_i} \sim \chi^2 V\left(\upsilon = k-m-1\right)$

3.

Berechnung von E_1

$$P\left(3,0 \leq x \leq 3,6\right) = P\left(\frac{3,0-5,1462}{0,7675} \leq Z \leq \frac{3,6-5,1462}{0,7675}\right)$$

$$\approx P\left(-2,8 \leq Z \leq -2,0\right) = 0,5\phi(2,8) - 0,5\phi(2,0) = 0,020195$$

$$E_1 = 0,020195 * 130 = 2,625$$

Achtung:
E_7 =3,2825 nach Berechnung, aber Summe muss wieder 130 ergeben. Daher wird der letzte Wert entsprechend angepasst! Also E_7 =4,065

$x_{iu} < x_i \le x_{io}$	B_i	E_i	$B_i - E_i$	$(B_i - E_i)^2$	$\frac{(B_i - E_i)^2}{E_i}$
3,0 – 3,6	2	2,625	-4,627	21,409	1,464
3,6 – 4,2	8	12,002			
4,2 – 4,8	35	25,151	9,849	97,003	3,857
4,8 – 5,4	43	40,218	2,782	7,74	0,192
5,4 – 6,0	22	32,035	-10,035	100,701	3,143
6,0 – 6,6	15	13,904	2,031	4,125	0,23
6,6 – 7,2	5	4,065			
	130	130			8,886

4. $\chi_k^2 = \chi_{0,95;2}^2 = 5,99$
m = 2, weil die Varianz und das durchschnittliche Paketgewicht geschätzt werden
5. $\chi_r^2 = 8,886 > \chi_k^2 = 5,99 \quad \rightarrow \quad \mathrm{H}_0$ verwerfen

Aufgabe 53)

1. $H_0:\ F(x) = PV(\lambda) \qquad H_1:\ F(x) \neq PV(\lambda)$
2. $\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(B_i - E_i)^2}{E_i} \sim \chi^2 V(\upsilon = k - m - 1)$
3.

# der Schadensfälle	0	1	2	3	4
Monate	36	37	20	5	2

$\lambda = 1/100 * (0*36 + 1*37 + 2*20 + 3*5 + 4*2) = 1$

E_1 =0,368*100=36,8

$E_2 = (0,736 - 0,368) * 100 = 36,8$

$E_3 = (0,919 - 0,736) * 100 = 18,3$

$E_4 = (0,981 - 0,919) * 100 = 6,2$

$E_5 = (0,996 - 0,981) * 100 = 1,5$

Achtung: E_5 = 1,5 nach Berechnung, aber Summe muss wieder 100 ergeben. Daher wird der letzte Wert entsprechend angepasst! Also E_5 =1,9

# der Schadensfälle	0	1	2	3	4	Σ
B_i	36	37	20	5	2	100
E_i	36,8	36,8	18,3	6,2	1,9	100
E_i	36,8	36,8	18,3	8,1		100
$\frac{(B_i - E_i)^2}{E_i}$	0,017	0,001	0,158	0,149		0,325

4. $\chi_k^2 = \chi_{0,95;2}^2 = 5,99$
m = 1, da ein Parameter geschätzt wird
5. $\chi_r^2 = 0,325 < \chi_k^2 = 5,99 \quad \rightarrow \quad \mathrm{H}_0$ beibehalten

Aufgabe 54)

Varianzanalyse

X_1: „Zugfestigkeit einer zufällig ausgewählten Folie an den Ecken“

X_2: „Zugfestigkeit einer zufällig ausgewählten Folie in der Mitte“

X_3: „Zugfestigkeit einer zufällig ausgewählten Folie an den Kanten“

1. $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \quad H_1: Es\ gibt\ i \neq j\ mit\ \mu_i \neq \mu_j$

2. $F = \dfrac{(n-r)\sum_{i=1}^{r}\left(\overline{X}_i - \overline{X}\right)^2 * n_i}{(r-1)\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{n_j}\left(\overline{X}_{ij} - \overline{X}_i\right)^2} \sim FV\left(\upsilon_1 = r-1 = 3-1 = 2; \upsilon_2 = n-r = 12-3 = 9\right)$

3. $n_1 = n_2 = n_3 = 4 \qquad n = 12$

$\overline{x}_1 = \dfrac{137+142+128+137}{4} = 136 \qquad \overline{x}_2 = \dfrac{140+139+117+137}{4} = 133,25$

$\overline{x}_3 = \dfrac{142+140+133+141}{4} = 139 \qquad \overline{x} = \dfrac{136+133,25+139}{3} = 136,083$

i	$\left(\overline{x}_i - \overline{x}\right)^2$
1	$(136-136,083)^2 * 4 = 0,028$
2	$(133,25-136,083)^2 * 4 = 32,104$
3	$(139-136,083)^2 * 4 = 34,036$
$\sum$	66,168

j	$\left(x_{1j} - \overline{x}_1\right)^2$	$\left(x_{2j} - \overline{x}_2\right)^2$	$\left(x_{3j} - \overline{x}_3\right)^2$
1	1	45,5625	9
2	36	33,0625	1
3	64	264,0625	36
4	1	14,0625	4
$\sum$	102	356,75	50

$f_r = \dfrac{(12-3)*66,168}{(3-1)(102+356,75+50)} = 0,5853$

4. $f_k = F_{0,95;2;9} = 4,3$

5. $f_r < f_k \quad \rightarrow \quad H_0$ beibehalten

Aufgabe 55)

B, C, D
A, C
B, C
A, D
A, C
B
B, C, D
A, C