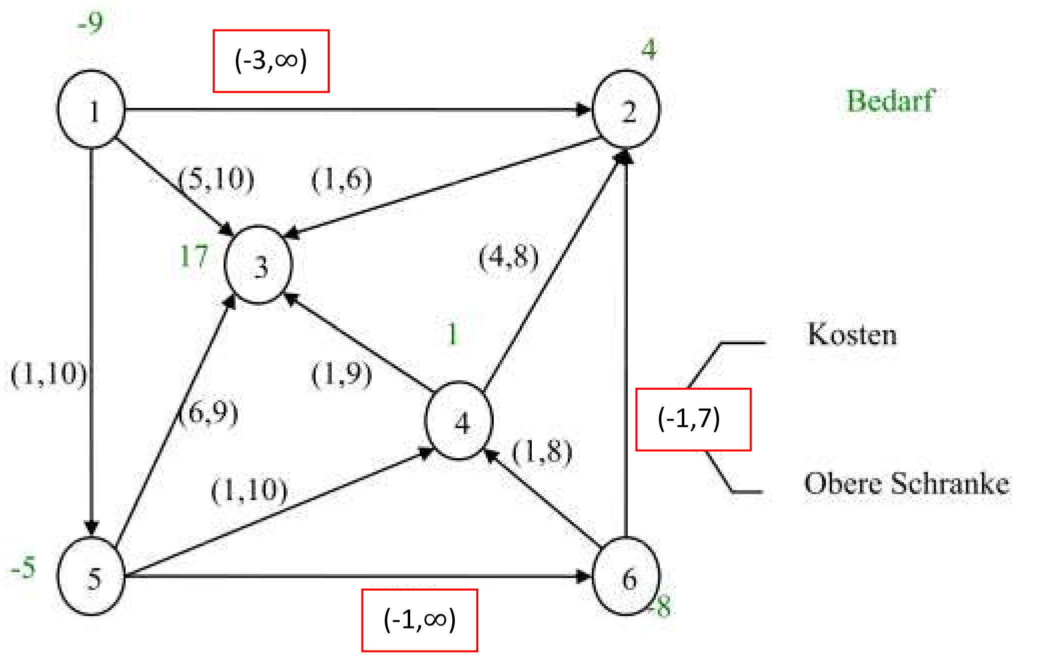
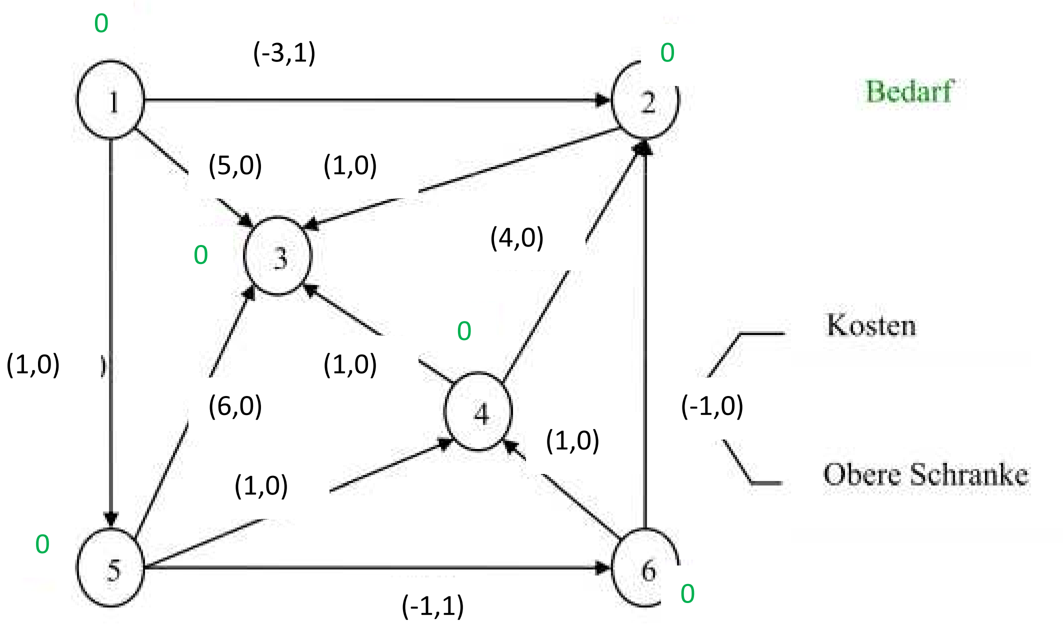
# Phase I bei PDM:

Folgendes Ausgangsproblem:




Hier liegt der Fall3 der PDM Phase I vor. Nach den Regeln lässt sich das folgende Hilfsnetzwerk erzeugen:




Dieses Hilfsproblem bildet das Ausgangsnetzwerk für die Optimierung mittels PDM.

Jetzt wird es trickreich ;-) !

Bestimme die Menge der nassen Knoten W:

6, wegen

$$\sum_i x_{ij} - \sum_k x_{jk} > b_j$$

$x_{56} - (x_{64} + x_{62}) > b_6$

1 – (0+0) > 0 ist Knoten 6 nass

Analog für Knoten 2!

W ={2,6}

Das obige Problem soll mittels PDM gelöst werden (Welcher Fall gilt aber für das Problem?):

Fall 1: Falls keine negativen Kantenkosten existieren … (Gilt hier nicht!)

Fall 2: Falls für alle Kanten mit negativen Kosten endliche Flussschranken vorgegeben sind (@Michael: Deswegen brauche wir den Fall 2), setze
y=0 ,

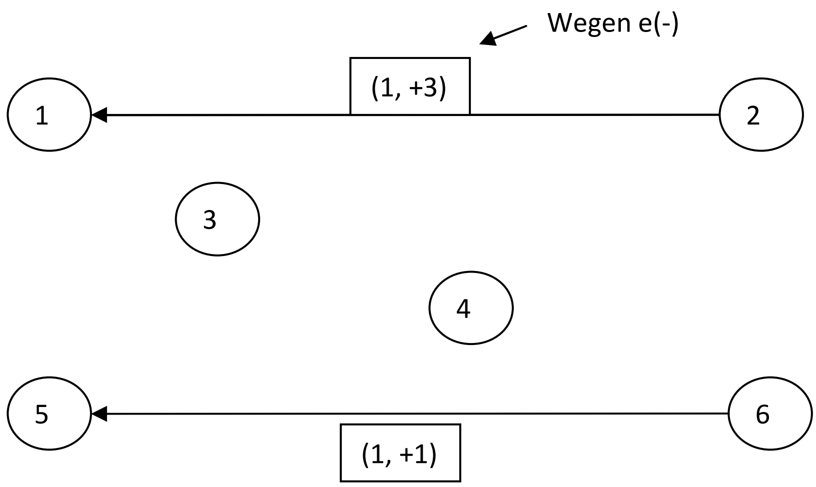
$$x_{ij} = 0, falls\ c_{ij} \geq 0$$
$$und$$
$$x_{ij} = u_{ij}, falls\ c_{ij} < 0$$

| i,j | 12 | 56 | 62 |
|---|---|---|---|
| $X_{ij}$ | 1 | 1 | 0 |
| Grund | Wg. $C_{12}$<0 | Wg. $C_{56}$<0 | Wg. $C_{62}$<0 (und $u_{62}$=0) |

Bei den restlichen $x_{ij}$ =0 wegen $c_{ij}$ >0

Wir stellen also nun das Restflussnetzwerk (Hilfsnetzwerk) für das Problem auf:

$y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = y_5 = y_6 = 0$ (Siehe für y- Vektor Beschreibung Fall 2!)




Mittels modifizierten Dijkstra- Algo ergibt sich:

W={2,6} => $d_2=0$ und $d_6=0$

Damit ergibt sich:

$d_1=3$ p(1)=21
$d_2=0$ p(1)=/
$d_3=\infty$ p(1)=/
$d_4=\infty$ p(1)=/
$d_5=1$ p(1)=65
$d_6=0$ p(1)=/

⇨ Das Problem zerfällt damit in Teilprobleme:
R ={1,2,5,6} und S ={3,4} , wegen

$$\sum_{j \in S} b_j = \sum_{i \in R, j \in S} u_{ij}$$

Transformation y $\rightarrow \bar{y}$:

$y_1=3$; $y_2=0$; $y_3=\infty$; $y_4=\infty$; $y_5=1$; $y_6=0$

Transformation x→$\bar{x}$:

Knoten 1 ist trocken (wegen $\sum_i x_{ij} - \sum_k x_{jk} < b_j$):

- Pfad von W zu 1: 2 – 1
- Wähle t so groß wiemöglich. t=1 wegen,
  - $\sum_i x_{ij} - \sum_k x_{jk} < b_j$ ,(trockner Knoten soll nicht nass werden!)
  - $x_{21} + t \leq u_{21}$ und
  - $\sum_i x_{ij} - \sum_k x_{jk} > b_j$ (nasser Konten soll nicht trocken werden!)

=> Damit reduziert sich der Fluss über Kante 12 ( $x_{12}$=0)

Analoges gilt für Knoten 5! => $x_{56}$=0

Damit gilt dann A$\bar{x}$=b und der PDM bricht ab!

Somit sind wir wieder zurück gesprungen in den Fall 3 der Phase I beim Ausgangsproblem und die Lösung erfüllt die Bedingung:

$u_{12}$=∞→3+(-3) ≥0
$u_{56}$=∞→1+(-1) ≥0
$u_{62}$=∞→0+(-1) ≥0 ( Ist eigentlich sinnlos, da 2 und 6 die nassen Knoten sind)

Somit bildet der y- Vektor den Startvektor y, der x- Vektor wird daraus bestimmt nach der Regel:

$$y_i + c_{ij} \geq y_j \ \rightarrow x_{ij} = 0$$
$$y_i + c_{ij} < y_j \ \rightarrow x_{ij} = u_{ij}$$

Startlösung für Originalproblem:

| Ij | 12 | 13 | 15 | 23 | 42 | 43 | 53 | 54 | 56 | 64 | 62 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{ij}$ | 0 | 10 | 0 | 6 | 0 | 0 | 9 | 10 | 0 | 8 | 7 |

Die y- Werte sind:

$y_1$=3; $y_2$=0; $y_3$=∞; $y_4$=∞; $y_5$=1; $y_6$=0