



Übungsaufgaben zur Vorlesung BWL A – Produktion:

Aufgabe 1

Definieren Sie die folgenden Begriffe, und grenzen Sie diese voneinander ab:

- Einfach- und Mehrfachproduktion,
- verbundene und unverbundene Produktion,
- Alternativ- und Kuppelproduktion.

Aufgabe 2

Es sind 3 lineare Produktionsprozesse gegeben:

$$Y_1 = \left\{ \underline{y}/\underline{y} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -25 \\ +5 \end{pmatrix}; \lambda \geq 0 \right\},$$

$$Y_2 = \left\{ \underline{y}/\underline{y} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} -120 \\ -120 \\ +40 \end{pmatrix}; \lambda \geq 0 \right\},$$

$$Y_3 = \left\{ \underline{y}/\underline{y} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} -120 \\ -40 \\ +20 \end{pmatrix}; \lambda \geq 0 \right\}.$$

- Stellen Sie den Sachverhalt graphisch dar.
- Zeichnen Sie die zu einem Output von $\bar{x} = 10$ [PE] / [PZE] gehörende Produktisoquante.
- Welcher Output lässt sich durch das gegebene Produktionssystem maximal erstellen, wenn im Planungszeitraum ein Kostenbudget von 180 [GE] / [PZE] zur Verfügung steht und die Faktorpreise der zwei Faktorarten $m = 1$ und $m = 2$ betragen: $q_1 = 2$ [GE] / [FE] und $q_2 = 4$ [GE] / [FE]?
- Ermitteln Sie die Stückkosten der drei linearen Prozesse. Bestimmen Sie außerdem die Prozesskosten, wenn ein Output von 5 [ME] / [PZE] kostenminimal hergestellt werden soll.

Aufgabe 3

Gegeben sind drei lineare Prozesse

$$Y_1 = \left\{ \underline{y} \mid \underline{y} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} -40 \\ -80 \\ +30 \end{pmatrix}; \lambda \geq 0 \right\}$$

$$Y_2 = \left\{ \underline{y} \mid \underline{y} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} -60 \\ -40 \\ +30 \end{pmatrix}; \lambda \geq 0 \right\}$$

$$Y_3 = \left\{ \underline{y} \mid \underline{y} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} -100 \\ -20 \\ +30 \end{pmatrix}; \lambda \geq 0 \right\}$$

sowie zwei Faktorpreise $q_1 = 20$ [GE] / [FE] und $q_2 = 50$ [GE] / [FE] und das Kostenbudget $\bar{K} = 2.000$ [GE] / [PZE].

- Zeichnen Sie die zu den linearen Prozessen gehörenden drei Prozessstrahlen sowie die Produktisoquante des Outputs $\bar{x} = 30$ [PE] / [PZE].
- Leiten Sie graphisch diejenige Produktisoquante ab, die zu dem bei einem Kostenbudget von \bar{K} maximal erzielbaren Output gehört.
- Um welchen absoluten Betrag muss das Kostenbudget verändert werden, wenn sich der zu den drei Basis-Produktionspunkten gehörende Output als maximal erzeugbare Herstellungsmenge ergeben soll? Welcher exakte Output gehört zur Produktisoquante aus Teilaufgabe b)?

Aufgabe 4

Im Rahmen der Produktionsplanung auf Basis von Leontief-Technologien hat die Produktisoquante eine wesentliche Bedeutung.

- Definieren Sie den Begriff der Produktisoquante.
- Illustrieren Sie den Verlauf einer Produktisoquante anhand eines selbst gewählten Zahlenbeispiels. Gehen Sie dabei von genau zwei reinen linearen Prozessen aus.
- Begründen Sie anhand einer Graphik, inwieweit es zu einem Schnittpunkt von zwei zu unterschiedlichen Outputs gehörenden Produktisquanten kommen kann.

Aufgabe 5

Gegeben sind die Gutenberg-Verbrauchsfunktionen von zwei Produktionsfaktoren:

$$a_1(d) = \frac{1}{4} d^2 - 2d + 20$$

$$a_2(d) = \frac{1}{6} d^2 - 4d + 80$$

Diese beiden Faktoren werden zur Herstellung einer Produktart eingesetzt.

- a) Bestimmen Sie für die Faktorart $m = 1$ und $m = 2$ die verbrauchsminimale Intensität.
- b) Ermitteln Sie für folgende Faktorpreise die minimalen Stückkosten: $q_1 = 12$ und $q_2 = 6$.

Aufgabe 6

Im Rahmen einer Zwei-Faktor-Ein-Produkt-Produktion gelten für die beiden Repetierfaktoren folgende Gutenberg-Verbrauchsfunktionen:

$$a_1(d) = \frac{1}{2} d^2 - 30d + 1.000$$

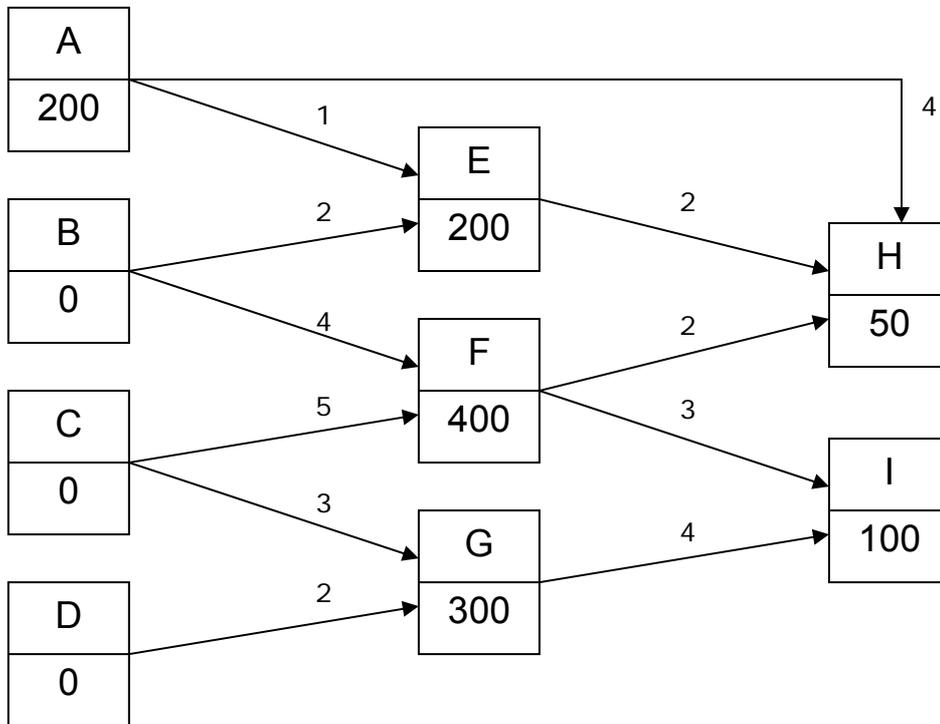
$$a_2(d) = d^2 - 90d + 5.000$$

Aufgrund technischer Gegebenheiten müssen je Zeiteinheit mindestens 35 Produkteinheiten ausgebracht werden, während der maximal mögliche Ausstoß 80 Produkteinheiten je Zeiteinheit beträgt.

- a) Skizzieren Sie drei mögliche Verläufe von Gutenberg-Verbrauchsfunktionen, und nennen Sie jeweils ein Beispiel für einen zugehörigen Produktionsfaktor.
- b) Bestimmen Sie für die gegebene Konstellation die Menge der effizienten Produktionen, und veranschaulichen Sie Ihr Ergebnis graphisch (Skizze genügt).
- c) Als Faktorpreise sind $q_1 = 2$ [GE] / [FE] und $q_2 = 4$ [GE] / [FE] gegeben. Ermitteln Sie die minimalen Stückkosten.

Aufgabe 7

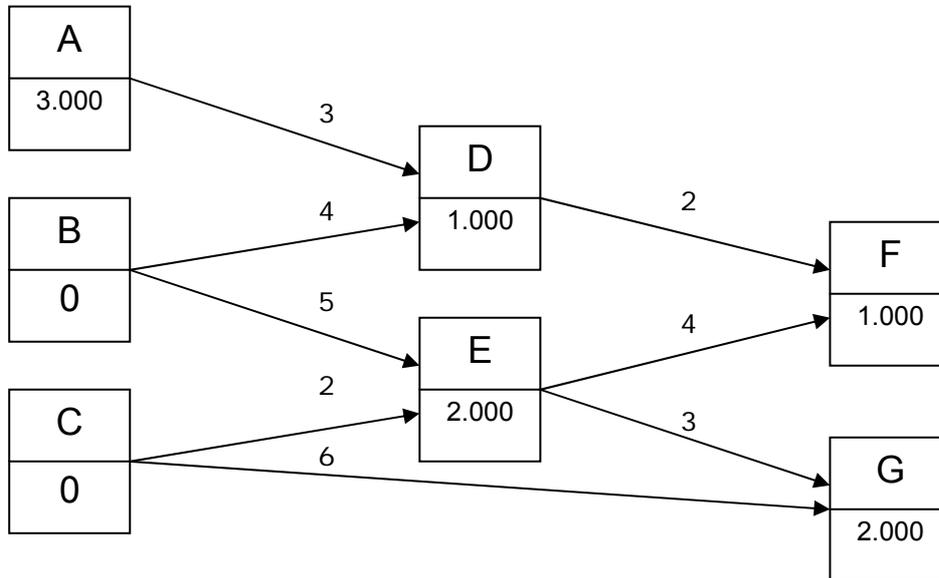
Gegeben ist ein Gozintograph mit vier Werkstoffen (A, B, C und D), drei Zwischenprodukten (E, F und G) sowie zwei Endprodukten (H und I):



- a) Ermitteln Sie den Gesamtbedarf der Güterarten A, B, C und D.
- b) Gehen Sie davon aus, dass sich der Primärbedarf von Güterart I halbiert. Skizzieren Sie die Auswirkungen dieser Absatzänderung auf die Sekundärbedarfe der Einsatzgüterarten A und C.

Aufgabe 8

Gegeben ist ein Gozintograph mit drei Werkstoffen (A, B und C), zwei Zwischenprodukten (D und E) sowie zwei Endprodukten (F und G).



- a) Ermitteln Sie die Gesamtbedarfe der drei Werkstoffarten.
- b) Die Maschinen zur Herstellung von Zwischenproduktart D fallen aus. Daher soll D kurzfristig fremdbezogen werden. Wie wirkt sich dieser Tatbestand auf die Gesamtbedarfe der drei Werkstoffarten aus?

Aufgabe 9

Für die Planung der quantitativen Beschaffung einer Faktorart liegen einem Unternehmen folgende Daten vor:

Periode t	1	2	3	4
Ist-Verbrauchsmenge	200	300	240	260
Geschätzte Verbrauchsmenge	250	240	252	249,6

Ermitteln Sie den Glättungsfaktor α .

Aufgabe 10

Zur Bestimmung wirtschaftlicher Beschaffungsmengen bedarf es der Kenntnis unterschiedlicher Parameter.

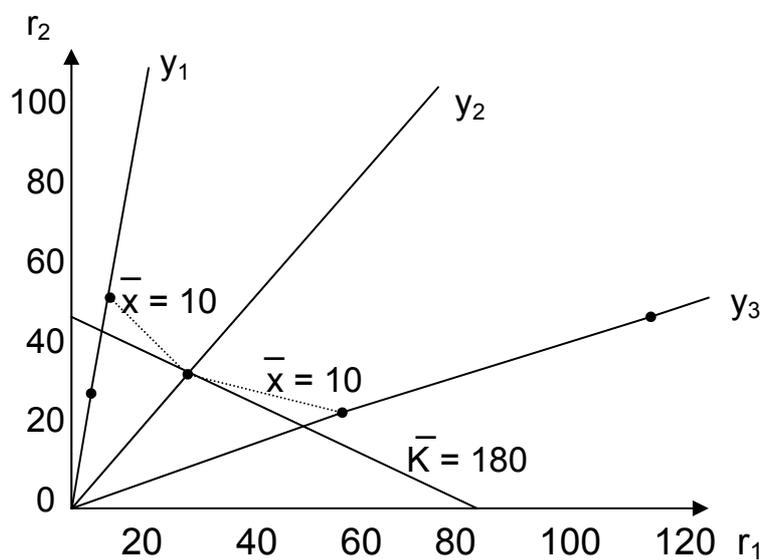
- a) Wie lautet die Gleichung zur Ermittlung optimaler Bestellmengen? Nennen Sie die erforderlichen Größen sowie deren jeweilige Dimensionen.
- b) In einem Unternehmen ist eine bestimmte Verbrauchsfaktorart zu beschaffen, deren Faktorpreis $0,80 \text{ [GE] / [FE]}$ beträgt. Im Optimum sind 6 Bestellungen pro Planungszeiteinheit durchzuführen, wobei die wirtschaftliche Beschaffungsmenge $7.000 \text{ [FE] / [Bestellung]}$ beträgt. Wie hoch ist der Lagerhaltungskostensatz, wenn pro Bestellung Fixkosten in Höhe von 180 [GE] anfallen?
- c) Ein Logistikdienstleister bietet dem Unternehmen aus Teilaufgabe b) die Möglichkeit der Fremdlagerung zu einem Kostensatz von $0,35 \text{ [GE] / ([FE] \cdot [PZE])}$ an. Um wie viele $[\text{GE}]$ dürfen
 - die bestellfixen Kosten bzw.
 - der Faktorpreis
 ceteris paribus zunehmen, wenn die Eigenlagerung der Fremdlagerung gegenüber vorzuziehen ist?

Lösungen:**Aufgabe 1**

Vgl. Kapitel 1. der Vorlesung.

Aufgabe 2

a) – b)

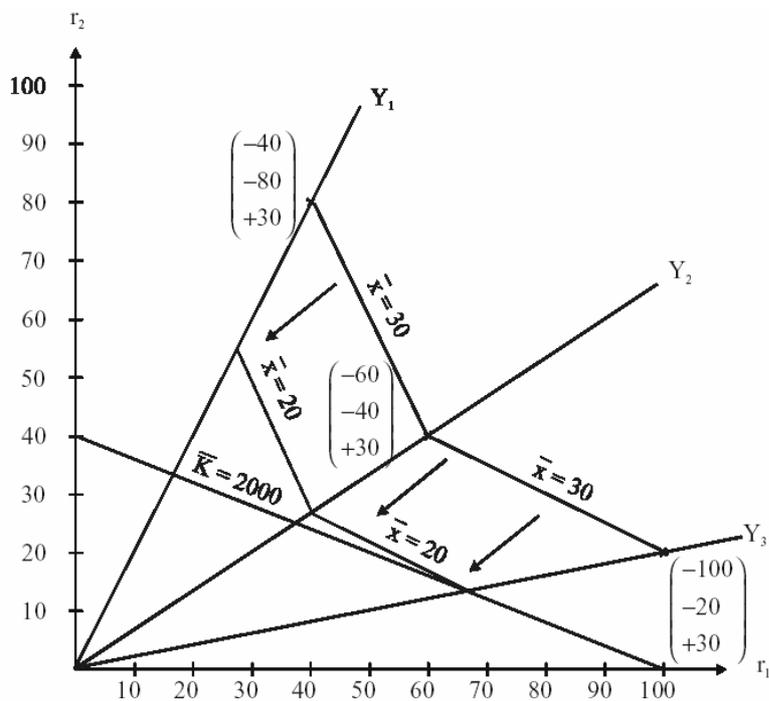


- c) Schnittpunkte:
- mit der r_1 Achse = 90
 - mit der r_2 Achse = 45
 - $\rightarrow x_{\max} = 10$

- d) $K_1 = 22$
 $K_2 = 18 \rightarrow \text{Min!}$
 $K_3 = 20$
 $K^* = 90$

Aufgabe 3

a)



b) Zum Kostenbudget $\bar{K} = 2000$ gehört die folgende Kostenisoquante:

$$r_2 = -\frac{2}{5}r_1 + 40$$

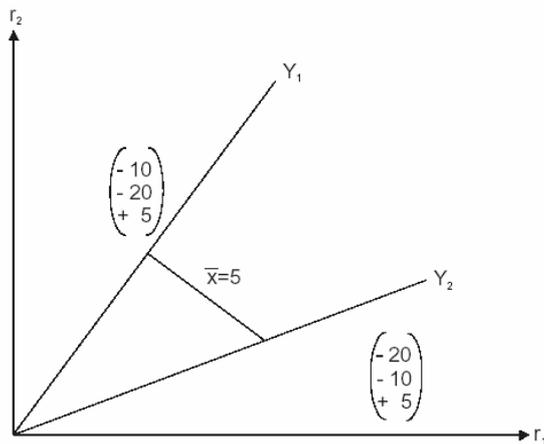
Zur Herleitung der Produktisoquante: siehe a).

c) Das Kostenbudget müsste von $\bar{K}_{alt} = 2000$ auf $\bar{K}_{neu} = 3000$, d.h. um einen absoluten Betrag von +1000 erhöht werden.

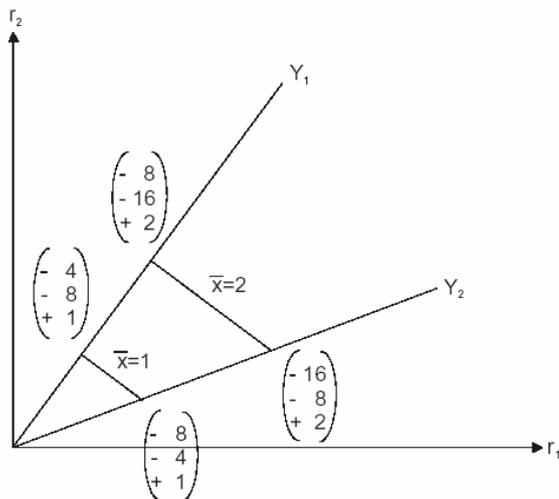
Der Output $\bar{x}_{alt} = 20$ gehört zur Produktisoquante aus Teilaufgabe (b).

Aufgabe 4

- a) Die Produktisoquante ist die Verbindungslinie aller Faktormengenkombinationen, die zu einem identischen Output führen. (Siehe auch Kapitel 4.2. der Vorlesung).
- b) (Siehe auch Kapitel 4.2. der Vorlesung).



- c) Alle Produktisoquanten verlaufen zueinander parallel. Insofern kann es nicht zu einem Schnittpunkt von zwei Produktisoquanten kommen:



Aufgabe 5

- a) $d_1^* = 4, a_1'' = \frac{1}{2} > 0 \rightarrow \text{Minimum}$
 $d_2^* = 12, a_2'' = \frac{1}{3} > 0 \rightarrow \text{Minimum}$
- b) $k(d) = 4d^2 - 48d + 720$
 $d^* = 6, k''(d^*) = 8 > 0 \rightarrow \text{Minimum}; k(d^*) = 576$

Aufgabe 6)

- a) Vgl. Kapitel 5.1. der Vorlesung.
- b) $d_1^* = 30, a_1'' = 1 > 0 \rightarrow \text{Minimum}; d_2^* = 45, a_2'' = 2 > 0 \rightarrow \text{Minimum}$
 Die Menge der effizienten Produktion umfasst somit: $d \in [35; 45]$; Zeichnung entsprechend Kapitel 5.2. der Vorlesung.
- c) $d^* = 42 \in [35; 80], k'' = 10 > 0 \rightarrow \text{Minimum}; k(d^*) = 13.180$

Aufgabe 7)

- a)
- | | | | |
|-------------|--------------|--------------|--------------|
| $x_A = 700$ | $x_B = 3800$ | $x_C = 6100$ | $x_D = 1400$ |
| $x_E = 300$ | $x_F = 800$ | $x_G = 700$ | $x_H = 50$ |
| $x_I = 100$ | | | |

- b)
- Auswirkung auf A: keine
- Auswirkung auf C: $x_C^{\text{neu}} = 4750$

Aufgabe 8)

- a) $x_A = 12000, x_B = 72000, x_C = 36000$
- b) $x'_A = 3000, x'_B = 60000, x'_C = 36000$

Aufgabe 9)

Glättungsfaktor $\alpha = 0,2$

Aufgabe 10)

- a) Siehe Kapitel 6.3. der Vorlesung.
- b) Der Lagerkostensatz beträgt $0,3086 \text{ [GE] / ([FE] \cdot [PZE])}$.
- c) - Die bestellfixen Kosten dürfen um $204,17 \text{ [GE] / [Bestellung]}$ zunehmen.
- Es kommt zu keiner Veränderung, weil der Faktorpreis nicht Bestandteil der Bestellmengenformel ist.